Programme de colle 1 : semaine du 23 septembre

1 Rédaction

- ☐ Savoir introduire ses variables en français : avec "on pose", "il existe", "on dispose", "soit".
- ☐ Ne plus jamais utiliser des variables non introduites.
- ☐ Mettre en avant les articulations logiques : si vous supposez que n est pair, dites "on suppose n pair". Si vous dites juste "n est pair" l'examinateur se dira "non, pas forcément", et va barrer.
- ☐ Avoir compris comment rédiger $\triangle \Rightarrow$ ☺ : on suppose $\triangle$, on prouve ☺.
- ☐ Avoir compris comment rédiger $\triangle \Leftrightarrow$ ☺.
- ☐ Savoir montrer, par exemple, que "$\forall a, b \in \mathbb{R}, a < b \Leftrightarrow a^2 < b^2$" est FAUX, en donnant un contre-exemple.
- ☐ Syntaxe $\forall$ [variable] $\in$ [ensemble].
- ☐ Syntaxe $\exists$ [variable] $\in$ [ensemble].
- ☐ Avoir compris que les quantificateurs ci-dessus n'introduisent les variables que localement, elles ne peuvent pas être utilisées dans la suite de la rédaction.
- ☐ Comprendre ce que $\Leftrightarrow$ veut dire, que si vous devez prouver par exemple que $x = 2$, et que votre rédaction se termine par $x + 4 = 6 \Leftrightarrow x = 2$, vous n'avez pas prouvé $x = 2$, vous avez montré que SI $x + 4 = 6$ ALORS $x = 2$ et réciproquement.
- ☐ Comprendre le problème dans "$f(x)$ est croissante".

2 Calcul dans $\mathbb{R}$

- ☐ Savoir raisonner par équivalence pour une inégalité : multiplication, division, addition, soustraction d'une constante des deux côtés (attention, parfois il faut faire attention au signe, à la non nullité...)
- ☐ Avoir compris que $f(a) = f(b)$ n'implique PAS $a = b$ en général (donner un contre-exemple), mais que cela est vrai si on suppose de plus que f est strictement monotone sur un intervalle I et $a, b \in I$.
- ☐ Définitions de f (strictement) (dé)croissante sur un intervalle I
- ☐ Avoir compris que $f(a) < f(b)$ n'implique PAS $a < b$ en général (donner un contre-exemple), mais que cela est vrai si on suppose de plus que f est strictement croissante sur un intervalle I et $a, b \in I$.
- ☐ Définition de la valeur absolue.
- ☐ Prouver que pour tous $x, y \in \mathbb{R}, |xy| = |x||y|, |-x| = |x|, \sqrt{x^2} = |x|$.
- ☐ Pour $h \geq 0$, $|x| = h \Leftrightarrow$ ... (compléter, et pourquoi est-ce faux si $h \leq 0$?)
- ☐ Soit $x \in \mathbb{R}$. Si on trouve un entier ☺ tel que ☺. ... x ... ☺ $+ 1$ (à compléter), alors on a, par définition, que ☺ $= \lfloor x \rfloor$ (et c'est le seul entier vérifiant cela, sinon la définition serait problématique !).
- ☐ Savoir où la fonction partie entière est dérivable (indice : pas tout $\mathbb{R}$).
- ☐ Définition de la fonction logarithme.
- ☐ Savoir que pour $a, b \in \mathbb{R}_+^*, \ln(ab) = ...$
- ☐ Définition de l'exponentielle (et non, e à la puissance x n'est pas une définition, je ne sais pas élever un nombre à une puissance x... ou alors expliquez moi comment je fais !)
- ☐ Savoir que pour $a, b \in \mathbb{R}, e^{a+b} = ...$
- ☐ Définition, pour $x \in \mathbb{R}_+^*$ et $\alpha \in \mathbb{R}$, de x^α. Savoir vérifier qu'en particulier, pour $\alpha \in \mathbb{N}$, on retrouve les notations puissances déjà introduites au collège.
- ☐ Définition d'un intervalle de $\mathbb{R}$.
- ☐ Définition d'un majorant, d'un minorant d'une partie A de $\mathbb{R}$.
- ☐ Définition d'une partie de $\mathbb{R}$ bornée.
- ☐ Savoir démontrer l'équivalence entre (A bornée) et ($\exists K \in \mathbb{R}, \forall x \in A, |x| \leq K$).
- ☐ Définition de "A admet un minimum", notation min, idem max.
- ☐ Définition de "A admet une borne inférieure", notation inf, idem sup.
- ☐ Théorème (admis) : que peut-on dire de toute partie de $\mathbb{R}$ non vide et majorée ?
- ☐ Forme canonique des polynômes du second degré, en déduire leurs racines et les factoriser.
- ☐ Relations coefficients-racines.

3 1bis - Trigonométrie

- ☐ Définitions des fonctions $\sin, \cos, \tan$.
- ☐ Relation fondamentale (Pythagore).
- ☐ Encadrements de sin, cos.
- ☐ Connaître par cœur $\sin(\pi/6), \sin(\pi/4), \sin(\pi/3)$, en déduire immédiatement les cosinus et les tangentes des trois angles.
- ☐ Les périodicités, la parité/imparité, les relations de symétrie par rapport aux abscisses aux ordonnées au centre et à la droite $y = x$.
- ☐ Connaître par cœur $\cos(a + b), \sin(a + b)$, en déduire immédiatement $\cos(a - b), \sin(a - b)$.
- ☐ Résoudre pour α fixé les équations d'inconnue $x \in \mathbb{R}$: $\cos(x) = \cos(\alpha)$, $\sin(x) = \sin(\alpha), \tan(x) = \tan(\alpha)$.
- ☐ Dérivées, et en particulier taux d'accroissements en zéro de $\sin, \cos, \tan$.

4 1ter - Sommes et produits

- ☐ Notations, avec A une partie finie de $\mathbb{N}$, $\sum_{k=0}^{n} a_k$, $\sum_{k\in A} a_k$, $\prod_{k=0}^{n} a_k$, $\prod_{k\in A} a_k$.
- ☐ Savoir calculer (et connaître) $\sum_{k=i}^{j} a$, $\sum_{k=i}^{j} a^k$, $\sum_{k=0}^{n} k$, $\sum_{k=0}^{n} k^2$, $\sum_{k=0}^{n} k^3$, $\prod_{k=i}^{j} a$.
- ☐ Savoir donner un exemple de linéarité pour les sommes, savoir découper en paquets.
- ☐ Expliquer ce qu'est une variable muette.
- ☐ Translation d'indice, changement d'indice par symétrie.
- ☐ Donner un exemple de somme calculée par télescopage.
- ☐ Sommes doubles : sur les rectangles, sur les triangles.
- ☐ Définitions de $n!$, $\binom{n}{k}$.
- ☐ Formule de Pascal (à savoir démontrer), application avec le triangle de Pascal.
- ☐ Formule du binôme de Newton (à savoir démontrer).