

Compétences - Dénombrement

Voici les compétences à **assimiler**. Ne cochez pas avant d'être sûr d'être à l'aise avec la notion. N'hésitez pas à en parler à vos camarades (il est très bénéfique d'échanger sur le cours, s'expliquer mutuellement les notions), ou à préparer des questions à poser en classe, ou me demander un rendez-vous pour me poser vos questions ou me faire part de vos préoccupations.

TOUT LE PROGRAMME SUR LES ESPACES VECTORIELS, ET :

Dénombrement

- ☐ Définition de E est un ensemble fini et du cardinal (en terme de numérotation ou de bijection)

Unions d'ensembles finis

- ☐ Cas de l'union disjointe d'ensembles (c'est-à-dire l'union d'ensembles deux à deux disjoints)
- ☐ Cardinal du complémentaire ([Démonstration exigible](#))
- ☐ Cas de l'union de deux ensembles non nécessairement disjoints ([Démonstration exigible](#))
- ☐ (en EC1A) Formule du crible pour trois ensembles ([Démonstration exigible, en supposant connue la formule du crible pour deux ensembles](#))

Applications entre E et F finis :

- ☐ Si f injective que dire alors des cardinaux de E et F ? (Savoir l'illustrer et principe des tiroirs) ([Question de cours](#))
- ☐ Si f surjective que dire alors des cardinaux de E et F ? (Savoir l'illustrer)
- ☐ Il existe une bijection de E dans F si et seulement si $\text{card}(E) = \text{card}(F)$.

Listes

- ☐ Comprendre le principe multiplicatif, et illustration comme dénombrement des possibilités d'un arbre de décision sur un exemple de son choix.
- ☐ Nombre d'éléments d'un produit cartésien d'ensembles finis ([Démonstration exigible](#))
- ☐ Cas particulier de E^p et notion de p -liste de E : donner le nombre de p -listes de E .
- ☐ Cas particulier des p -arrangements (ou p -liste sans répétition) de E : donner le nombre de p -arrangements de E ([Démonstration exigible](#))
- ☐ Lien avec le nombre d'injections : savoir expliquer la correspondance entre les injections de E dans F et les n -arrangements de F , avec $n = \text{card}(E)$ ([Question de cours](#))
- ☐ Lien avec le nombre de bijections
- ☐ Cas particulier des permutations de E (définies comme les n -arrangements de E , avec $n = \text{card}(E)$) : combien y-a-t'il de permutations de E ? Et savoir expliquer la correspondance entre les bijections de E dans E et les permutations de E ([Question de cours](#))
- ☐ Attention dans le cadre des listes : changer l'ordre des éléments produit une liste différente (avoir compris que $(2, 1, 3) \neq (2, 3, 1)$)

Combinaisons / sous-ensembles d'un ensemble E fini

- ☐ Attention une p -combinaison de E est un ensemble : un élément ne peut y être qu'une seule fois et les éléments composant la p -combinaison n'ont pas d'ordre.
- ☐ Nombre de p -combinaisons de E ([Démonstration exigible](#))
- ☐ Nombre de parties d'un ensemble E ([Démonstration exigible - plusieurs démonstration sont possibles : principe multiplicatif ou union disjointe des \$\mathcal{P}_p\(E\)\$](#))

Probabilités

Pas encore d'exercices de probabilités. Mais il est possible de poser des questions de cours.

Définitions

- Donner l'univers Ω (l'ensemble des issues possibles) dans des cas simples : on constitue une main de 4 cartes, on lance 5 fois une pièce, etc. (Question de cours)
- Définition d'un système complet d'événements, d'un événement élémentaire, de deux événements incompatibles (Question de cours)
- Définition d'une probabilité sur $(\Omega, \mathcal{P}(\Omega))$.
- A l'aide de la définition d'une probabilité, additivité des probabilités pour une famille d'événements incompatibles (Démonstration exigible)
- A l'aide de la définition d'une probabilité : $P(A) = \sum_{w \in A} P(\{w\})$ (Démonstration exigible).
- Savoir énoncer précisément ce qu'on veut dire par "pour définir une probabilité, il suffit de définir la probabilité de chaque événement élémentaire (avec la condition que la somme des ces probabilités soit égale à 1" : Plus précisément cela veut dire que si $\Omega = \{x_1, \dots, x_n\}$, et qu'on se donne $p_1, \dots, p_n$ des réels positifs tels que $p_1 + \dots + p_n = 1$, alors il existe une, et une seule, probabilité P sur Ω vérifiant pour tout $i \in \llbracket 1, n \rrbracket$, $P(\{x_i\}) = p_i$ (Question de cours).
- Définition d'une situation d'équiprobabilité, et montrer que dans ce cas, pour tout événement A , $P(A) = \frac{\text{card}(A)}{\text{card}(\Omega)}$ (Démonstration exigible en EC1A)

Probabilité d'une union

- Formule du crible pour 2 ou 3 événements, et application : majorer $P(A \cup B)$ (Question de cours).

Probabilité d'une intersection

- Donner précisément la définition, étant donné un événement A tel que $P(A) \neq 0$, de la probabilité P_A (Question de cours).
- Donner la formule des probabilités composées (cas général, intersection de n événements) (Question de cours).
- Donner (en justifiant) les quatre conditions à vérifier sur une famille de trois événements A, B, C pour qu'ils soient mutuellement indépendants (Question de cours).
- Donner la définition de l'indépendance de deux événements, puis de l'indépendance mutuelle d'une famille de n événements $A_1, \dots, A_n$. Montrer que $A_1, \dots, A_n$ deux à deux indépendants n'implique PAS que $A_1, \dots, A_n$ sont mutuellement indépendants avec un contre-exemple (Question de cours).
- Détailler ce qu'est un schéma de Bernoulli de paramètres n et p , et donner la probabilité d'un événement élémentaire quelconque. (Question de cours).

Conséquences : probabilités totales, Bayes

- Formule des probabilités totales (sous ses deux formes) (Démonstration exigible).
- Formule de Bayes (avec le dénominateur sous forme non développée) (Démonstration exigible).