Programme de colles 14 (27 janvier - 1er février)

Voici les compétences à **assimiler**. Ne cochez pas avant d'être sûr d'être à l'aise avec la notion. N'hésitez pas à en parler à vos camarades (il est très bénéfique d'échanger sur le cours, s'expliquer mutuellement les notions), ou à préparer des questions à poser en classe, ou me demander un rendez-vous pour me poser vos questions ou me faire part de vos préoccupations.

Le dénombrement reste au programme (et sert en probabilités)

Probabilités

Définitions

- ☐ Donner l'univers Ω (l'ensemble des issues possibles) dans des cas simples : on constitue une main de 4 cartes, on lance 5 fois une pièce, etc.(Question de cours)
- ☐ Définition d'un système complet d'événements, d'un événement élémentaire, de deux événements incompatibles(Question de cours)
- ☐ Définition d'une probabilité sur $(\Omega, \mathcal{P}(\Omega))$.
- ☐ A l'aide de la définition d'une probabilité, additivité des probabilités pour une famille d'événements incompatibles(Démonstration exigible)
- ☐ A l'aide de la définition d'une probabilité : $P(A) = \sum_{w \in A} P(\{w\})$(Démonstration exigible).
- ☐ Savoir énoncer précisément ce qu'on veut dire par "pour définir une probabilité, il suffit de définir la probabilité de chaque événement élémentaire (avec la condition que la somme des ces probabilités soit égale à 1" : Plus précisément cela veut dire que si $\Omega = \{x_1, \dots, x_n\}$, et qu'on se donne $p_1, \dots p_n$ des réels positifs tels que $p_1 + \cdots + p_n = 1$, alors il existe une, et une seule, probabilité P sur Ω vérifiant pour tout $i \in [\![1, n]\!]$, $P(\{x_i\}) = p_i$ (Question de cours).
- ☐ Définition d'une situation d'équiprobabilité, et montrer que dans ce cas, pour tout événement A, $P(A) = \dfrac{\text{card}(A)}{\text{card}(\Omega)}$ (Démonstration exigible en EC1A)

Probabilité d'une union

- ☐ Formule du crible pour 2 ou 3 événements, et application : majorer $P(A \cup B)$ (Question de cours).

Probabilité d'une intersection

- ☐ Donner précisément la définition, étant donné un événement A tel que $P(A) \neq 0$, de la probabilité P_A(Question de cours).
- ☐ Donner la formule des probabilités composées (cas général, intersection de n événements)(Question de cours).
- ☐ Donner (en justifiant) les quatre conditions à vérifier sur une famille de trois événements A, B, C pour qu'ils soient mutuellement indépendants(Question de cours).
- ☐ Donner la définition de l'indépendance de deux événements, puis de l'indépendance mutuelle d'une famille de n événements $A_1, \dots, A_n$. Montrer que $A_1, \dots A_n$ deux à deux indépendants n'implique PAS que $A_1, \dots A_n$ sont mutuellement indépendants avec un contre-exemple(Question de cours).
- ☐ Détailler ce qu'est un schéma de Bernoulli de paramètres n et p, et donner la probabilité d'un événement élémentaire quelconque.(Question de cours).

Conséquences : probabilités totales, Bayes

- ☐ Formule des probabilités totales (sous ses deux formes)(Démonstration exigible).
- ☐ Formule de Bayes (avec le dénominateur sous forme non développée) (Démonstration exigible).

Algèbre linéaire

Dans la suite, E, F désignent des espaces vectoriels.

- ☐ Savoir déterminer si une fonction donnée est linéaire ou non.

- ☐ $\mathcal{L}(E,F)$ est un espace vectoriel (on pourra utiliser que $\mathcal{F}(E,F)$ est un espace vectoriel de référence). (Démonstration exigible)
- ☐ Distributivité de la composition sur les endomorphismes. Définition de $P(f)$, pour un polynôme P et f un endomorphisme de E. Comprendre que $P(f) \circ Q(f) = (PQ)(f)$.
- ☐ Binôme de Newton pour les endomorphismes qui commutent (Question de cours : l'énoncer, sans la démonstration)
- ☐ Trouver des polynômes annulateurs dans des cas simples.
- ☐ Notion d'isomorphisme, d'automorphisme.
- ☐ La réciproque d'un isomorphisme est encore linéaire. (Démonstration exigible en EC1B)
- ☐ Définition du noyau.
- ☐ Le noyau est un sous-espace vectoriel de E (Démonstration exigible en EC1B)
- ☐ Lien entre injectivité de f et son noyau. (Démonstration exigible en EC1B)

  Savoir étudier l'injectivité grâce au noyau.

  A ce stade, pas encore de questions utilisant l'image d'une base.