

Programme de colle : du 17 mars au 22 mars

Voici les compétences à **assimiler**. Ne cochez pas avant d'être sûr d'être à l'aise avec la notion. N'hésitez pas à en parler à vos camarades (il est très bénéfique d'échanger sur le cours, s'expliquer mutuellement les notions), ou à préparer des questions à poser en classe, ou me demander un rendez-vous pour me poser vos questions ou me faire part de vos préoccupations.

Analyse asymptotique

- Définition de l'équivalence de deux suites et de $u_n = o(v_n)$ (les définitions avec les quotients). Définitions pour les fonctions.
- Équivalents usuels ($\sin(x)$, $\tan(x)$, $\arctan(x)$, $\ln(1+x)$, $e^x - 1$, $\cos(x) - 1$, $(1+x)^\alpha$ quand $x \rightarrow 0$. Équivalent d'un polynôme en $\pm\infty$).
- Si $u_n \sim v_n$, et si (v_n) admet une limite (finie ou non), alors (u_n) admet cette même limite. (Démonstration exigible).
- Propriétés des équivalents : symétrie, transitivité, compatibilité avec la multiplication, équivalent à la puissance α (α fixé). (Question de cours : énoncer ces quatre propriétés).
- Propriétés des o : transitivité, somme (la somme de deux $o(u_n)$ est un $o(u_n)$...), multiplication par une suite (si $u_n = o(v_n)$, $a_n u_n = o(a_n v_n)$), simplification par un réel (si $u_n = o(10n)$, $u_n = o(n)$ par exemple...). (Question de cours : énoncer ces quatre propriétés).
- Équivalence entre $v_n - u_n = o(u_n)$ et $u_n \sim v_n$. (Démonstration exigible).
- Croissances comparées.
- Donner des suites $u_n \sim v_n$ et $a_n \sim b_n$ telles que $u_n + v_n$ ne soit PAS équivalent à $a_n + b_n$. (Question de cours).
- Donner une fonction f et des suites u, v telles que $u_n \sim v_n$ mais $f(u_n)$ PAS équivalent à $f(v_n)$. (Question de cours).
- Propriété de substitution : si $x(t) \xrightarrow{t \rightarrow t_0} x_0$ et $u(x) \xrightarrow{x \rightarrow x_0} v(x)$, que dire de $u(x(t))$ et $v(x(t))$ quand $t \rightarrow t_0$?
- Énoncer les reformulations des propriétés "f continue en x_0 " et "f dérivable en x_0 " avec des o . (Question de cours).
- Bonus : appliquer les o pour calculer mentalement de bonnes approximations de, par exemple, 1.01^{100} , $1/0.999$, $\sqrt{10001}$...

Révision variables aléatoires : voir programme de la semaine dernière

Note pour les colleurs : il n'y a pas encore de développement limité (au delà des équivalents usuels). Nous vous demandons de donner au moins un exercice sur l'analyse asymptotique pendant la colle.