Programme de colle 3 : semaine du 7 octobre

TOUT LE PROGRAMME DE LA SEMAINE PRECEDENTE, ET :

Applications

- Définitions :
  - ☐ Définition d'une fonction (l'ensemble de départ et d'arrivée font partie de la définition de la fonction)
  - ☐ Définition de l'image directe d'un ensemble avec des quantificateurs (en extension et en compréhension), savoir l'expliquer en bon français.
  - ☐ Définition de l'image réciproque d'un ensemble avec des quantificateurs (en compréhension), savoir l'expliquer en bon français.
  - ☐ Définition de la composée $f \circ g$, savoir (et pouvoir expliquer) la condition pour que cela ait un sens : Im$(g)\subset$ (ensemble de départ de f).
  - ☐ Avoir compris pourquoi la composition $\circ$ est associative (on ne demandera pas la démonstration).
  - ☐ Notion de prolongement et de restriction d'une application : savoir donner quelques exemples de prolongements, et LA restriction à un domaine donné, sur des exemples simples.
  - ☐ Notion de fonction indicatrice d'un ensemble.
- Surjections :
  - ☐ Définition d'une fonction surjective comme condition sur l'ensemble image, définition avec des quantificateurs, et savoir expliquer ces deux définitions en français.
  - ☐ Savoir montrer qu'une fonction est surjective (ou pas !) sur un exemple simple. Dans le cas où la fonction est réelle continue, on pourra utiliser un tableau de variations.
- Injections :
  - ☐ Définition d'une fonction injective avec des quantificateurs, et savoir l'expliquer en français.
  - ☐ Savoir montrer qu'une fonction est injective (ou pas !) sur un exemple simple. Dans le cas où la fonction est réelle continue, on pourra utiliser un tableau de variations.
  - ☐ Savoir donner des exemples de fonctions injectives ou non et surjectives ou non (donc quatre possibilités, tout est possible).
- Bijections :
  - ☐ Définition d'une fonction bijective comme une fonction injective et surjective, ou bien avec des quantificateurs, et savoir l'expliquer en français.
  - ☐ Savoir montrer qu'une fonction est bijective (ou pas !) sur un exemple simple. Dans le cas où la fonction est réelle continue, on pourra utiliser un tableau de variations.
  - ☐ Théorème de la bijection strictement monotone continue, on ne demandera pas la démonstration complète mais seulement l'implication f strictement monotone continue sur un intervalle I implique $f|_I : I \to f(I)$ bijective **à savoir démontrer**.
  - ☐ $f : E \to F$ est bijective si et seulement si il existe $g : F \to E$ telle que $g \circ f = id_E$ et $f \circ g = id_F$ (**à savoir démontrer**, on pourra être interrogé sur l'une ou l'autre des deux implications).
  - ☐ Ci-dessus, dans le cas où g est bijective, il y a unicité de la fonction g qu'on peut donc appeler la réciproque de f (notation f^{-1}) (**à savoir démontrer**).
  - ☐ Savoir déterminer l'expression d'une réciproque dans des exemples simples.
  - ☐ Savoir tracer une fonction bijective d'un ensemble discret dans un autre (diagrammes) ou de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$, et dans ce cas avoir compris que le graphe de la fonction réciproque est obtenu par symmétrie par la droite d'équation $y = x$.
  - ☐ Réciproque d'une composée de deux bijections (**à savoir démontrer**).