Compétences - Continuité

Voici les compétences à **assimiler**. Ne cochez pas avant d'être sûr d'être à l'aise avec la notion. N'hésitez pas à en parler à vos camarades (il est très bénéfique d'échanger sur le cours, s'expliquer mutuellement les notions), ou à préparer des questions à poser en classe, ou me demander un rendez-vous pour me poser vos questions ou me faire part de vos préoccupations.

TOUT LE PROGRAMME DE LA SEMAINE PRÉCÉDENTE SUR LES LIMITES, ET :

1 Généralités

- ☐ Notion de continuité en x_0 d'une fonction f : x_0 est dans l'ensembre de définition de f, et f admet $f(x_0)$ comme limite en x_0 (Question de cours : donner la définition avec des mots puis avec des quantificateurs).
- ☐ Notion de continuité à gauche, à droite en un point(Question de cours : donner la définition avec des mots puis avec des quantificateurs).
- ☐ Notion de continuité sur un intervalle : f est dite continue sur un intervalle I si I est inclus dans l'ensemble de définition de f et que pour tout $x_0 \in I$, f est continue en x_0.(Question de cours : donner la définition avec des mots puis avec des quantificateurs).
- ☐ Equivalence, lorsque x_0 n'est pas à une extrémité de l'ensemble de définition, entre la continuité en x_0 et la continuité à gauche et à droite en x_0. Application pour démontrer la continuité ou la discontinuité en un point.
- ☐ Continuité des fonctions de référence sur leurs ensembles de définition (à l'exception de la fonction partie entière), la somme, le produit de fonctions continues sont continues. Si f est continue sur I et que g est continue sur $f(I)$, alors $g \circ f$ est bien définie et continue sur I.
- ☐ Condition d'existence d'un prolongement continu d'une fonction définie sur $I \setminus \{x_0\}$. Dans le cas où il y a existence, il y a unicité du prolongement continu.

2 Le théorème des valeurs intermédiaires et ses conséquences

- ☐ Théorème des valeurs intermédiaires (Question de cours : l'énoncer précisément, et l'illustrer par un exemple).
- ☐ Principe de dichotomie : savoir expliquer la construction des suites adjacentes (a_n) et (b_n) (Question de cours : pas de preuve rigoureuse exigée, mais montrer sur un exemple au tableau quelques étapes de la construction des suites).
- ☐ L'image d'un intervalle par une fonction continue est un intervalle (Question de cours : le prouver, à partir du théorème des valeurs intermédiaires).
- ☐ Savoir déterminer $f(I)$ dans des cas concrets. On pourra utiliser sans démonstration que si f est continue sur l'intervalle I, que f admet pour limite l_α en α et l_β en β, alors $]l_\alpha, l_\beta[$ (ou $]l_\beta, l_\alpha[$) est inclus dans $f(I)$.
- ☐ L'image d'un segment par une fonction continue est un segment. Autrement dit, si f est continue sur un segment, alors est bornée sur ce segment et atteint ses bornes.
- ☐ Notations $\sup\limits_{x\in[a,b]} f(x)$, $\inf\limits_{x\in[a,b]} f(x)$, $\max\limits_{x\in[a,b]} f(x)$, $\min\limits_{x\in[a,b]} f(x)$ (attention aux conditions d'existence).
- ☐ Théorème de la bijection strictement monotone continue. (Question de cours : l'énoncer précisément).

3 Fonctions $x \to x^a$ et arctan

- ☐ Fonctions $x \to x^a$ pour $a \in \mathbb{R}$: suivant la valeur de a, donner le domaine de définition, l'allure de la fonction, la réciproque si elle existe, la limite en 0, savoir résoudre $y = x^a$ d'inconnue x. (Question de cours)
- ☐ Définition de arctan, domaine de définition, savoir la tracer, avec la fonction tangente (les deux ensembles avec la symétrie autour de $y = x$). (Question de cours)